姓名 日期 时期

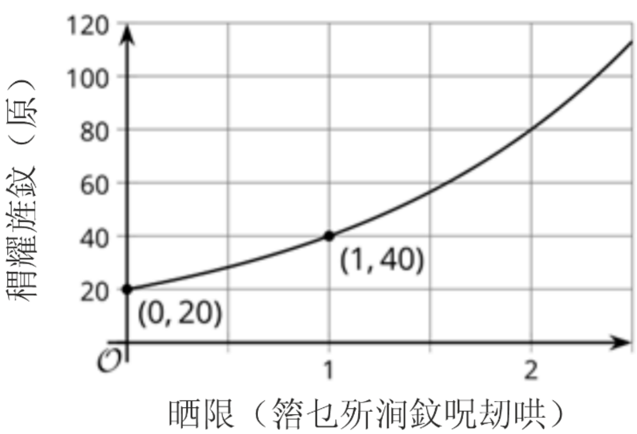
家庭辅助学习资料

指数函数和方程

在本单元中，学生将学习指数函数并运用它们来解决问题。指数函数用于模拟许多现实世界的情况。比如：

- 许多种群呈指数级增长，尤其是在资源充足的情况下。
- 传染病在首次进入人群时会呈指数级传播。
- 放射性物质，例如用于医疗或核电站的放射性物质，会以可预测的方式呈指数衰减或减少。

这是一张图表，展示了首次测量w周后的昆虫数量p（以千计）。

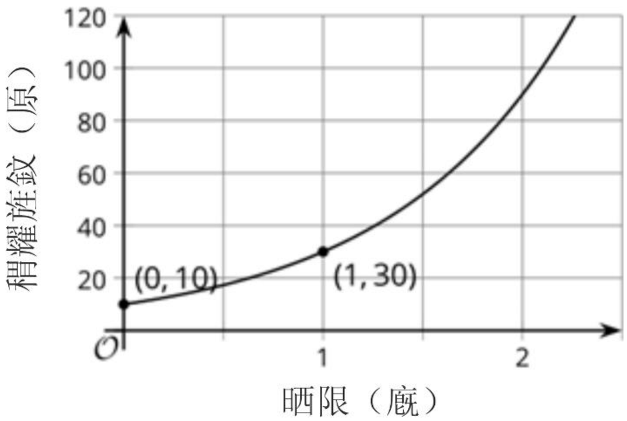


种群数量呈指数级增长，每周翻一番。与p和w相关的方程是$p = 20 \cdot 2^w$。但是，如果我们想看看昆虫数量每天增长多快怎么办？因为增长是指数级的，我们知道它每天都以相同的倍数增长。如果增长一周意味着乘以 2，那么增长一天就意味着乘以 2 的七次方根，$2^{\frac{1}{7}}$，因为这个数字的七次方是 2。使用此因子，如果d是自测量昆虫数量以来的天数，则p和d之间的关系为$p = 20 \cdot \left(2^{\frac{1}{7}}\right)^d$。现在我们有了一个方程，可以用来按天（而非按周）估计人口数量。

你可以和学生一起尝试这个任务：

这是不同指数增长人口a的图像（以千为单位），由方程$a = 10 \cdot 3^t$给出。在这里，t是以年为单位的时间。

姓名 日期 时期



1. 在此例中，标记的点(0,10)和(1,30)的含义是什么？
2. 每月人口增长的因子是什么？提示：如何使用一年中的月数来表达这个因子？
3. 写出在首次测量m个月后，人口的方程式（以千为单位）。
4. 大约几个月后，人口达到 50,000 人？

解：

1. 该点(0,10)表示首次测量时人口为 10,000，一年后为 30,000。
2. $3^{\frac{1}{12}}$
3. $p = 10 \cdot \left(3^{\frac{1}{12}}\right)^m$
4. 介于 17 至 18 个月之间